

线和角的初步

知己知彼

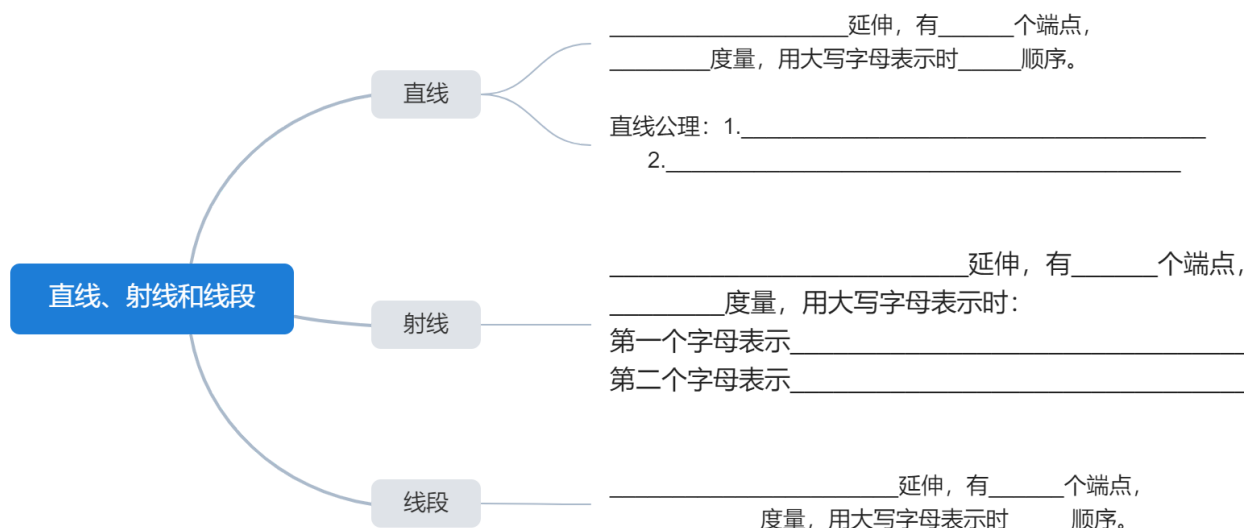
知识引入

实例引入：

1. 拉紧的线和绷紧的弓弦都可以看做什么线？
2. 打开手电筒射向远方，此时的光束可以看做什么线？
3. 孙悟空的金箍棒可以看做什么线？



一、直线、射线和线段



1. 直线，射线，线段

直线

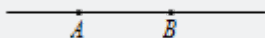
【教法备注】

直线是从客观事物中抽象出来的，直线没有尽头，是向两方无限延伸的。

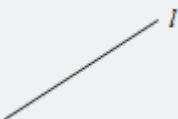
直线是无限长的且没有粗细，不能度量，不能比较大小。

直线的表示方法：

(1) 用直线上任意两点的大写字母来表示，字母不分先后顺序，如图直线 AB ，也可以写作直线 BA 。



(2) 用一个小写字母来表示，如图直线 l 。



【注意】：

①在直线的表示前面必须加上“直线”二字。

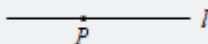
②用两个大写字母表示时字母不分先后顺序。

点的表示

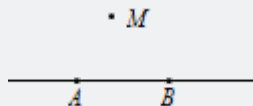
用一个大写的英文字母表示点：点 A ，点 B ，点 C ，点 D 等。

点与直线的位置关系

(1) 点 P 在直线 l 上，或直线 l 经过点 P 。



(2) 点 P 在直线 AB 外，或直线 AB 不经过点 M 。



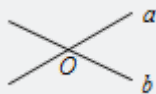
直线公理

(1) 经过两点有且只有一条直线，简称为“两点确定一条直线”。

“有”表示“存在性”，“只有”体现“唯一性”。

【注意】：经过一点的直线有无数条。

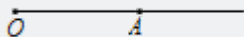
(2) 两条直线相交，只有一个交点。直线 a 与直线 b 交于点 O 。



射线

【教法备注】

直线上的一点和它一旁的部分叫做射线，它是向一端无限延伸，如图点 O 是这条射线的端点。



【注意】：

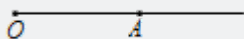
①射线是直线的一部分。

②射线是向一方无限延伸，有一个端点，不能度量，不能比较大小。

射线的表示方法

(1) 用两个大写字母来表示。第一个大写字母表示射线的端点，第二个大写字母表示射线上的点。

如图射线 OA ，但不能写成射线 AO 。



(2) 用一个小写字母来表示，如射线 l ，如图射线 l 。



【注意】：

①在射线的表示前面必须加上“射线”二字。

②用两个大写字母表示射线时字母有先后顺序，射线的端点在前。

射线 OA 是端点为 O 的射线，射线 AO 是端点为 A 的射线，是两条不同的射线。

线段

【教法备注】

直线上两点和它们之间的部分叫做线段，这两个点叫做线段的端点。

【注意】：

①线段是直线（或射线）的一部分。

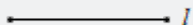
②线段不能向两方无限延伸，可度量。

线段的表示方法

(1) 用表示端点的两个大写字母来表示，无先后顺序之分，如图线段 AB ，也可以写为线段 BA 。



(2) 也可以用一个小写字母来表示，如图线段 l 。



【注意】：

①在线段的表示前面必须加上“线段”二字。

②用两个大写字母表示线段时字母不分先后顺序。

延长线

线段的延长线即指线段向一方延伸的部分．

如图1，延长 AB 是按 A 到 B 的方向延长；

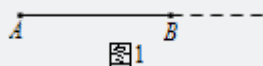


图1

如图2，延长 BA 是按 B 到 A 的方向延长（也可以说成反向延长 AB ）．

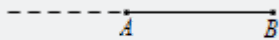


图2

【注意】：

①延长线常画成虚线．

②直线不存在延长线和反向延长线；射线不存在延长线，但可以作反向延长线．

用一个大写的英文字母表示点：点 A ，点 B ，点 C ，点 D 等．

线段的延长线：

线段的延长线即指线段向一方延伸的部分．

如图1，延长 AB 是按 A 到 B 的方向延长；

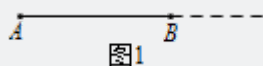


图1

如图2，延长 BA 是按 B 到 A 的方向延长（也可以说成反向延长 AB ）．



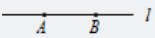
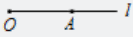
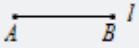
图2



联系与区别

线段向一方延伸就成为射线，向两方延伸就成为直线．线段、射线都是直线的一部分．

直线、射线、线段，它们都是直的线，非曲线

类型	图形	端点	可否度量	延伸性	延长线及反向延长线	用两个大写字母表示
直线	 直线 AB 或 直线 l	0个	不可度量	两方无限延伸	无	无顺序
射线	 射线 OA 或 射线 l	1个	不可度量	一方无限延伸	有反向延长线	第一个表示端点
线段	 线段 AB 或 线段 l	2个	可度量	不可延伸	两者都有	无顺序

|| 例题

【知识点拨】

建议教师让学生充分理解上述“直线、射线、线段”的联系与区别，尤其“延伸性”和“延长性”，注意让孩子区分

1. 下列说法中正确的有（ ）个。

- ①钢笔可看做线段
- ②探照灯光线可看做射线
- ③笔直的高速公路可近似看做一条直线
- ④电线杆可看做线段

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

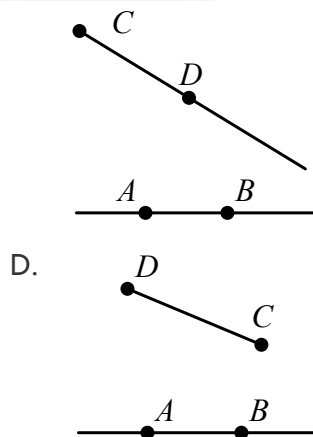
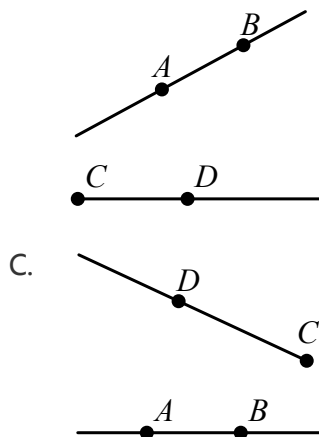
【答案】D

【解析】正确的有①②③④。

【标注】【知识点】线段的定义及其表示方法

2. 根据直线、射线、线段各自的性质，如下图所示，能够相交的是（ ）。

A. B.

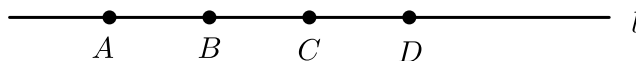


【答案】B

【解析】由直线、射线、线段各自的性质知B图会相交．

【标注】【知识点】直线、射线、线段的区别与联系

3. 如图，点 A, B, C, D 是直线 l 上的四个点，则图中共有几条线段？



【答案】6条．

【解析】方法一：（端点确定法）以点 A 为左端点的线段有3条：线段 AB ，线段 AC ，线段 AD ；

以点 B 为左端点的线段有2条：线段 BC 和线段 BD ；

以点 C 为左端点的线段有1条：线段 CD ．

因此共有 $3 + 2 + 1 = 6$ 条线段．

说明：用端点确定法确定线段条数时，直线上的任意一点只能作为左端点（或右端点），否则线段会重复．

方法二：（画线确定法）先从左边第一个点（ A ）开始向右依次画弧线，共有3条，再从第二个点（ B ）开始向右依次画弧线，共有2条，

再从第三个点 (C) 开始向右画弧线, 共有1条,

最后一点不再考虑故题图中共有 $3 + 2 + 1 = 6$ 条线段.

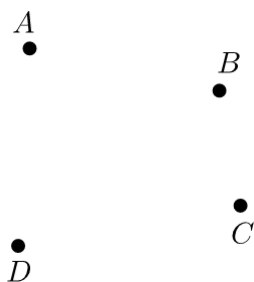
说明: 画弧线时都要朝同一方向, 否则有的线段会重复.

方法三: (公式法) 当一条直线上有 n 个点时, 共有

$1 + 2 + 3 + \cdots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}$ 条线段. 因此, 题图中共有 $\frac{4 \times (4 - 1)}{2} = 6$ 条线段.

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

4. 如图, 平面上有四个点 A 、 B 、 C 、 D , 根据下列语句画图.



(1) 画直线 AB 、 CD 交于 E 点.

(2) 画线段 AC 、 BD 交于点 F .

(3) 连接 AD , 并将其反向延长.

(4) 作射线 BC .

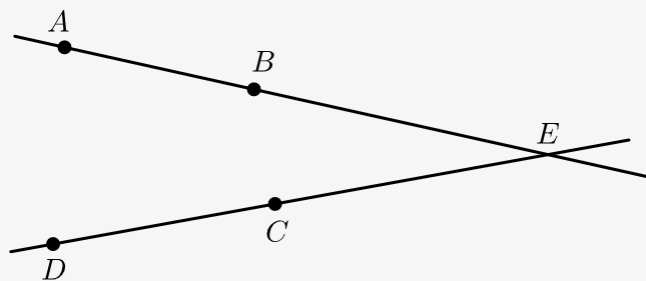
【答案】(1) 画图见解析.

(2) 画图见解析.

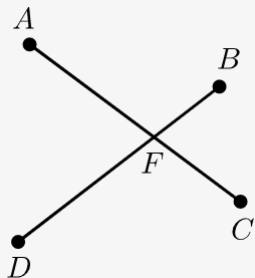
(3) 画图见解析.

(4) 画图见解析.

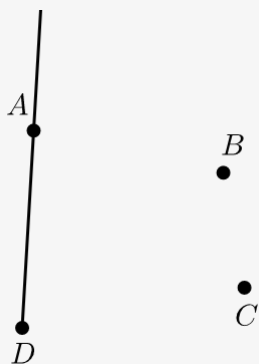
【解析】(1) 直线 AB 、 CD 交于 E 点, 如图:



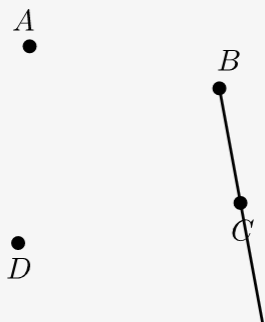
(2) 线段 AC 、 BD 交于点 F ，如图：



(3) 射线 DA ，如图：



(4) 射线 BC ，如图：



【标注】【知识点】按要求作直线、射线和线段

练习

5. 下列说法正确的是() .

- A. 射线 PA 和射线 AP 是同一条射线
- C. 直线 ab 、 cd 相交于点 M

- B. 射线 OA 的长度是12cm
- D. 两点确定一条直线

【答案】D

【解析】A 选项：射线 PA 和射线 AP 方向相反，是不同的两条射线，

A 错误；

B 选项：射线与直线的长度都是无穷大的，B 错误；

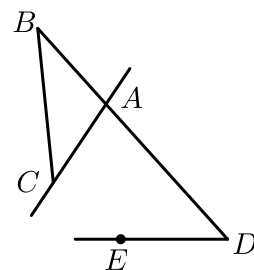
C 选项：表示一条直线时用两个大写字母或者一个小写字母，C 错误；

D 选项：两点确定一条直线，D 正确。

故选 D。

【标注】【知识点】有关公理-两点确定一条直线

6. 如图，下列说法中不正确的是（ ）。



A. 直线 AC 经过点 A

B. 射线 DE 与直线 AC 有公共点

C. 点 B 在直线 AC 上

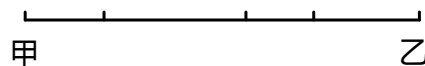
D. 直线 AC 与线段 BD 相交于点 A

【答案】C

【解析】由图知点 B 不在直线 AC 上。

【标注】【知识点】直线、射线、线段的区别与联系

7. 铁路上的火车票价是根据两站距离的远近而定的，距离愈远，票价愈高。如果一段铁路上共有五个车站，每两站间的距离都不相等，则这段铁路上的火车票价共有 _____ 种，需准备 _____ 种车票。



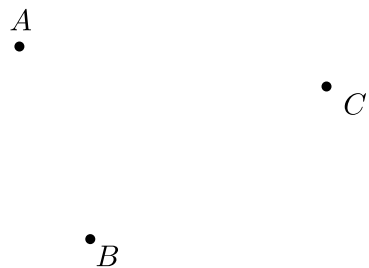
【答案】10；20

【解析】不同票价其实就是有多少条线段即为10种；

来回票价一样，但票的起始站是不一样的，所以需20种票．

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

8. 如图，在平面内有三个点 A ， B ， C ，根据下列语句画图：

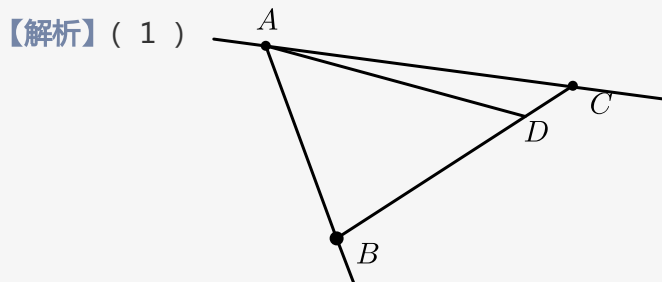


- (1) 画直线 AC ，线段 BC ，射线 AB ．
- (2) 在线段 BC 上取点 D ，使得 $BD = 3DC$ ，连接线段 AD ．
- (3) 此时图中线段共有 _____ 条．

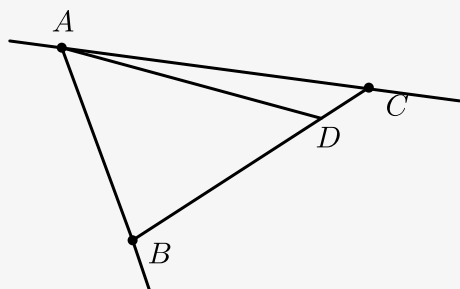
【答案】(1) 画图见解析．

(2) 画图见解析．

(3) 6



(2)



(3) 此时图中线段有6条，分别为 AC 、 AD 、 AB 、 BC 、 CD 、 BD .

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

【重点强调】

2017~2018学年天津河西区初一上学期期末第17题6分

2. 基本事实

两个基本事实

1. _____

2. _____

💡 (1) 两点确定一条直线

【教法备注】

经过两点有且只有一条直线，简称为“**两点确定一条直线**” .

“有”表示“存在性”，“只有”体现“唯一性” .

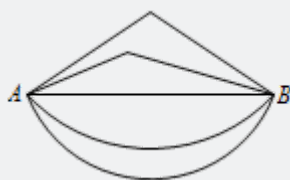
【注意】：经过一点的直线有无数条 .

💡 (2) 两点之间，线段最短

【教法备注】

两点之间的所有连线中，线段最短，简称“**两点之间，线段最短**” .

如图：在所有连接 A 、 B 两点的线中，线段 AB 的长度是最短的 .



此处对于两个基本事实，教师可多举些生活中的实例，比如下面的例题

例题

9. 把原来弯曲的河道改直，河道的长度会变短，这其中蕴含的数学道理是（ ）.

- A. 两点之间线段最短 B. 直线比曲线短 C. 垂线段最短 D. 两点确定一条直线

【答案】 A

【解析】 把原来弯曲的河道改直，两地间的河道长度会变短，这其中蕴含的数学道理是两点之间线段最短.

故选A.

【标注】【知识点】两点之间线段最短

10. 木工师傅用刨子可将木板刨平，经过刨平的木板上的两个点，就能弹出一条笔直的墨线，而且只能弹出一条墨线，用数学知识解释其道理正确的是（ ）.

- A. 两点确定一条直线 B. 两点之间线段最短
C. 两条直线相交，只有一个交点 D. 不在同一条直线上的三点，确定一个平面

【答案】 A

【解析】 略.

【标注】【知识点】有关公理-两点确定一条直线

11. 请回答下列问题：

- (1) 经过平面上三个点中的每两点画直线，一共可以画多少条直线？
(2) 经过平面上四个点中的每两点画直线，一共可以画多少条直线？
(3) 若在平面上有 n 个点，过其中任意两点画直线，最多可以画几条直线？

【答案】 (1) 当三个点不共线时，可以画3条直线；

当三个点共线时，只有画1条直线．

(2) 当四个点在同一条直线上时，只可以画出1条直线；

当四个点中有三个点在同一条直线上时，可画出4条直线；

当四个点中任意三点都不在同一条直线上时，可画出6条直线．

(3) $\frac{n(n-1)}{2}$ 条．

【解析】 (1) 当三个点不共线时，过其中的每两点可以画1条直线，所以一共可以画3条直线．

当三个点共线时，只有画1条直线．

(2) 经过平面内四点中的任意两点画直线有三种结果，如图所示．

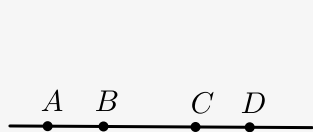


图 ①

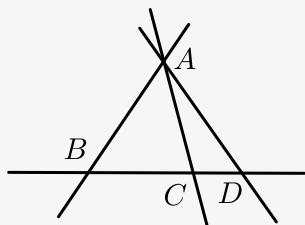


图 ②

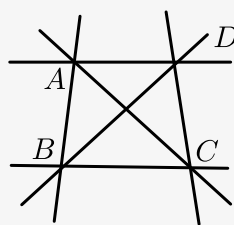


图 ③

如图①，当A、B、C、D四个点在同一条直线上时，只可以画出1条直线；

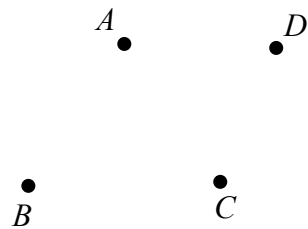
如图②，当A、B、C、D四个点中有三个点在同一条直线上时，可画出4条直线；

如图③，当A、B、C、D四个点中任意三点都不在同一条直线上时，可画出6条直线．

(3)

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

12. 如图，A、B、C、D为4个居民小区，现要在4个居民小区之间建一个购物中心，试问应把购物中心建在何处，才能使4个居民小区到购物中心的距离之和最小？画出购物中心的位置，并说明理由．



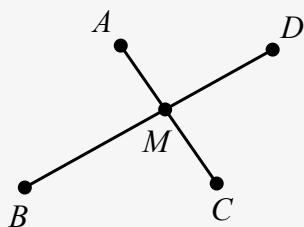
【答案】画图见解析；证明见解析．

【解析】连接 AC 和 BD ， AC 和 BD 相交于点 M ，

则点 M 即是购物中心的位置．

$$MA + MC + MB + MD = AC + BD,$$

理由是两点之间线段最短．



【标注】【知识点】两点之间线段最短

练习

13. 下列四个生活、生产现象：

- ①用两个钉子就可以把木条固定在墙上；
- ②植树时，只要定出两棵树的位置，就能确定同一行树所在的直线；
- ③从 A 地到 B 地架设电线，总是尽可能沿着线段 AB 架设；
- ④把弯曲的公路改直，就能缩短路程，

其中可用事实“两点之间，线段最短”来解释的现象有（ ）．

A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ③④

【答案】D

【解析】可用事实“两点之间，线段最短”来解释的现象有③④；

①②的原理是两点确定一直线．

故选D．

【标注】【知识点】有关公理-两点之间线段最短

【教法备注】

14. 平面内有 n 个点，若最多可以确定28条直线，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 8

【解析】 两点确定一条直线；不同三点最多可确定3条直线；

不同4点最多可确定 $(1 + 2 + 3)$ 条直线，

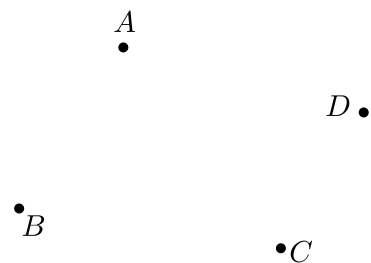
不同5点最多可确定 $(1 + 2 + 3 + 4)$ 条直线，

因为 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ ，

所以平面上不同的8个点最多可确定28条直线．

【标注】【知识点】点与线的位置关系找规律

15. 如图，已知点 A 、 B 、 C 、 D 用直尺和圆规完成下列作图（保留作图痕迹）



（ 1 ）作直线 BD ．

（ 2 ）连接 AD ，并在直线 BD 上作出一点 E ，使得点 E 在点 D 的左边，且满足 $DE = DA$ ．

（ 3 ）请在直线 BD 上确定一点 F ，使点 F 到点 A ， C 的距离之和最小．画图的依据是 ．

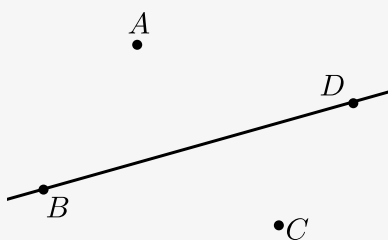
【答案】（ 1 ）画图见解析．

（ 2 ）画图见解析．

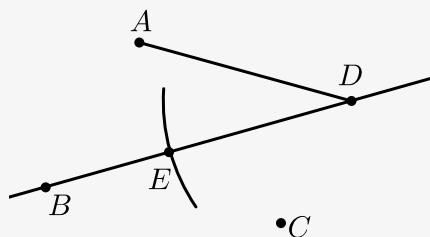
（ 3 ）两点之间，线段最短

【解析】（ 1 ）

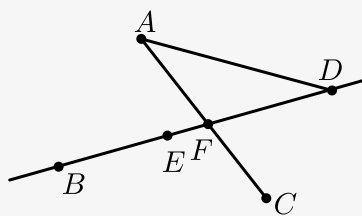
直线 BD 如图所示：



(2) 连接 AD ，点 E 即为所求。



(3) 画图依据是，两点之间，线段最短。



【标注】【知识点】两点之间线段最短

3. 线段的中点

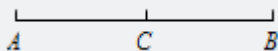
线段中点

把线段分成_____线段的点叫做线段中点。

【教法备注】

把线段分成两条相等的线段的点叫做这条线段的中点。

如图，若点 C 将线段 AB 分为相等的两条线段 AC 和 BC ，则点 C 叫做线段 AB 的中点。



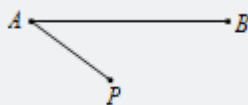
若 A 、 B 、 C 三点在同一直线上，点 C 将线段 AB 的中点，则 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$ ；反之 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC = 2BC$ ，则点 C 是线段 AB 的中点。

某一点为一线段的中点要具备两个条件：

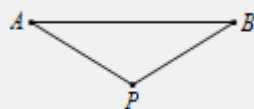
①该点必须在线段上；

②它把线段分成相等的两条线段 .

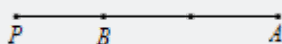
如图, 满足 $AP = \frac{1}{2}AB$, 但 P 点不是线段 AB 的中点 .



如图, 满足 $PA = PB$, 但 P 点不是线段 AB 的中点 .

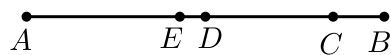


如图, 满足 $AB = 2PB$, 但 P 点不是线段 AB 的中点 .



|| 例题

16. 如图, 已知 $AB = 14$, 点 C 为线段 AB 上一点, 点 D 、 E 分别为线段 AB 、 AC 的中点, $ED = 1$, 求线段 AC 的长 .



【答案】 12 .

【解析】 $\because$ 点 D 为线段 AB 的中点, 且 $AB = 14$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 7,$$

$$\because ED = 1$$

$$\therefore AE = AD - ED = 6,$$

$\because$ 点 E 为线段 AC 的中点

$$\therefore AC = 2AE = 12.$$

【标注】 【知识点】 线段和差-不需要分类讨论

17. 已知线段 $AB = 8\text{cm}$, 点 C 是直线 AB 上一点, $BC = 2\text{cm}$, 若 M 是 AB 的中点, N 是 BC 的中点, 则线段 MN 的长度为 () .

A. 5cm

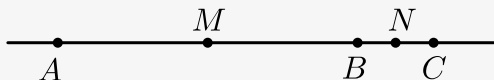
B. 5cm或3cm

C. 7cm或3cm

D. 7cm

【答案】 B**【解析】** 如图, 点 C 在线段 AB 的延长线上时, 由 M 是 AB 的中点, N 是 BC 的中点, 得

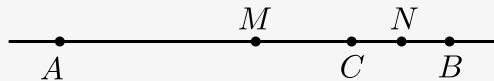
$$MB = \frac{1}{2}AB = 4\text{cm}, BN = \frac{1}{2}BC = 1\text{cm},$$

由线段的和差, 得: $MN = MB + BN = 4 + 1 = 5(\text{cm})$;如图, 点 C 在线段 AB 上时, 由 M 是 AB 的中点, N 是 BC 的中点, 得

$$MB = \frac{1}{2}AB = 4\text{cm}, BN = \frac{1}{2}BC = 1\text{cm},$$

由线段的和差, 得

$$MN = MB - BN = 4 - 1 = 3(\text{cm});$$



故选: B.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论**练习**18. 已知点 C 在直线 AB 上, 线段 $AB = 6$, 点 D 是 AC 的中点, $BC = 4$, 那么 A 、 D 之间的距离是 () .

A. 5

B. 25

C. 5或1

D. 5或2.5

【答案】 C**【解析】** 若点 C 在线段 AB 的延长线上, 则 $AC = AB + BC = 10$.

$$AD = \frac{1}{2}AC = 5;$$

若点 C 在线段 AB 上, 则 $AC = AB - BC = 2$,

$$AD = \frac{1}{2}AC = 1.$$

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论**二、角**

知识引入

观察日常生活的图片：



角

角的概念以及表示方法

角的概念:有_____的两条射线组成的图形叫做图形。

角的分类

- 1.锐角: _____
- 2.直角: _____
- 3.钝角: _____
- 4.平角: _____
- 5.周角: _____

角的表示方法:

- 1.利用三个大写字母表示_____
- 2.利用一个大写字母表示_____
- 3.利用数字表示_____
- 4.利用数小写希腊字母表示_____

1. 角的概念及表示方法

角的概念

【教法备注】

1. 从静的角度认识角：

有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边。

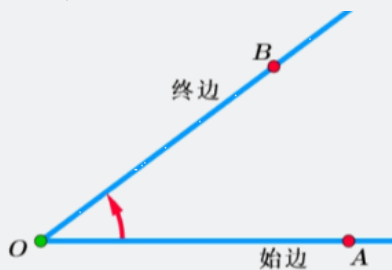
如图，射线 OA 、 OB 是这个角的两条边，点 O 是这个角的顶点。



2. 从动的角度认识角：

角是由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形，处于初始位置的那条射线叫做角的始边，终止位置的那条射线叫做角的终边。

如图：这个角可以看作射线 OA 绕点 O 按顺时针方向旋转 α 度到射线 OB 的位置形成。



【注意】：角的大小只与开口的大小有关，而与角的边画出部分的长短无关。

这是因为角的边是射线而不是线段。

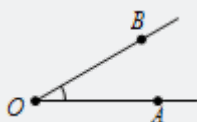
【注意】：

- ①角的组成部分为：两条边和一个顶点；
- ②顶点是这两条边的交点；
- ③角的两条边是射线，是无限延伸的。
- ④射线旋转时经过的平面部分称为角的内部，平面的其余部分称为角的外部。

角的分类

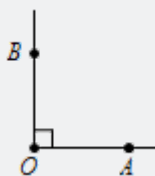
锐角：

大于 0° 而小于 90° 的角叫做锐角($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)。



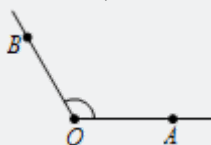
直角：

90° 的角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边垂直时所成的角(90°)。



钝角：

大于 90° 而小于 180° 的角叫做钝角($90^\circ < \alpha < 180^\circ$)。



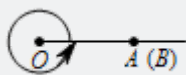
平角：

180° 的角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边在始边 OA 的反向延长线上时所成的角。



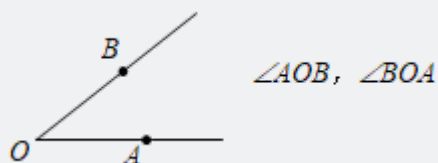
周角：

360° 的角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边重合时所成的角。

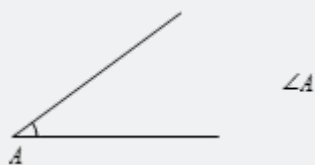


角的表示方法

(1) 利用三个大写字母来表示，如图：



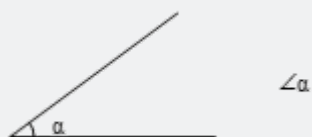
(2) 利用一个大写字母来表示，如图：



(3) 用数字来表示角，如图：



(4) 用小写的希腊字母来表示角，如图：



例题

【知识点拨】

提醒学生注意：

①用三个大写字母表示时，表示顶点的字母必须写在中间。其他两个字母可以调换位置，如图也可记为 $\angle BOA$ ，但不能写成 $\angle BAO$ 或 $\angle ABO$ 等。

②用一个大写字母来表示角的时候，这个大写字母一定要表示角的顶点，而且以它为顶点的角有且只有一个。

- ③当在一个顶点处有两个或两个以上的角时，其中的任一个角都不能用一个大写英文字母表示．
- ④在角的内部靠近顶点处画弧线，用单独的
个数字来表示．
- ⑤用同一个数字或小写的希腊字母不能表示超过一个以上的角．

2. 角的表示

19. 在下列说法中，正确的是（ ）．

- ①两条射线组成的图形叫做角；
②角的大小与边的长短无关；
③角的两边可以一样长，也可以一长一短；
④角的两边是两条射线．

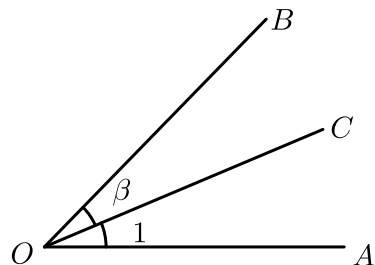
A. ①② B. ②④ C. ②③ D. ③④

【答案】 B

【解析】 ①有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，故错误；
②角的大小与边的长短无关，故正确；
③角的两边是两条射线，射线不能度量，所以不能说长或短，故错误；
④角的两边是两条射线，故正确．
②④正确，故选B．

【标注】【知识点】角的定义

20. 如图，下列表示角的方法，错误的是（ ）．



- A. $\angle 1$ 与 $\angle AOC$ 表示同一个角 B. $\angle AOC$ 也可用 $\angle O$ 来表示
C. 图中共有三个角： $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle BOC$ D. $\angle \beta$ 表示的是 $\angle BOC$

【答案】 B

【解析】 $\angle AOC$ 不能用 $\angle O$ 来表示，

$\therefore$ 以 O 为顶点的角有三个，所以不能用一个大写字母 O 来表示这三个角

$\therefore$ 选B.

【标注】【知识点】角的表示方法

练习

21. 下列说法正确的是（ ）.

- A. 平角是一条直线
- B. 周角是一条射线
- C. 用2倍的放大镜看1cm的线段，这条线段变成了2cm
- D. 用2倍的放大镜看 30° 的角，这个角变成了 60°

【答案】C

【解析】平角是由处在同一直线上方向相反的两条射线构成的角，并不是直线，

周角是一射线绕端点旋转一周形成的角，并不是射线；

用2倍的放大镜看1cm的线段，这条线段变成了2cm；

用2倍的放大镜看 30° 的角，这个角度数不变.

【标注】【知识点】角的分类

22. 下列语句正确的是（ ）.

- ①角的大小与边的长短无关.
- ②如果一个角能用一个大写字母A表示，那么以A为顶点的角只有一个.
- ③如果一个角能表示为 $\angle 1$ ，那么以 $\angle 1$ 顶点为顶点的角只有一个.
- ④两条射线组成的图形叫做角.

A. ①②

B. ①③

C. ①④

D. ②③

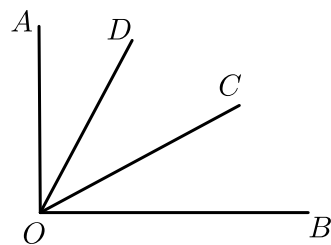
【答案】A

【解析】如果一个角能表示为 $\angle 1$ ，那么以 $\angle 1$ 顶点为顶点的角可能有无数个，③错.

两条共顶点的射线组成的图形叫做角，④错.

【标注】【知识点】角的表示方法

23. 如图, $\angle AOB = 90^\circ$, 以 O 为顶点的锐角共有 _____ 个.



【答案】 5

【解析】 以 O 为顶点的锐角有 $\angle AOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle AOC$, $\angle DOB$, 共 5 个.

故答案为: 5.

【标注】 【知识点】 角的定义

3. 角的度量及比较

角的度量与比较

角的度量: 以 _____, _____, _____ 为基本单位。

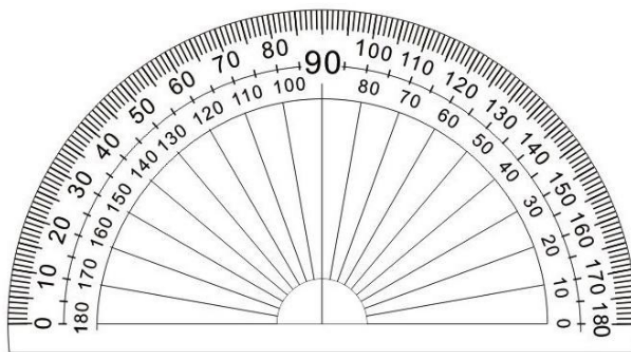
$1^\circ =$ _____, $1' =$ _____, $1^\circ =$ _____

角的大小比较:

1. 叠合法: 将两个角叠放在一起, 使两个角的 _____ 和 _____ 分别重合, 使另一边都落在重合的那条边旁, 根据另一边的位置判断大小。

2. 度量法: 两个角比较大小, 实际上就是两个角 _____ 的大小比较。

我们常用量角器来量角



角的度量:

【教法备注】

以度、分、秒为基本单位的角的度量值，叫做角度值．

①把一个周角360等分，每一份就是1度的角，记作 1° ．

②把 1° 的角60等分，每一份就是1分的角，记作 $1'$ ．

③把 $1'$ 的角60等分，每一份就是1秒的角，记作 $1''$ ．

$$1^\circ = 60', 1' = 60'', 1^\circ = 3600''.$$

$$1'' = \left(\frac{1}{60}\right)', 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ, 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ.$$

$$1\text{周角} = 360^\circ, 1\text{平角} = 180^\circ.$$

注意：角的度、分、秒是进制的60，注意60一进位

角的大小比较

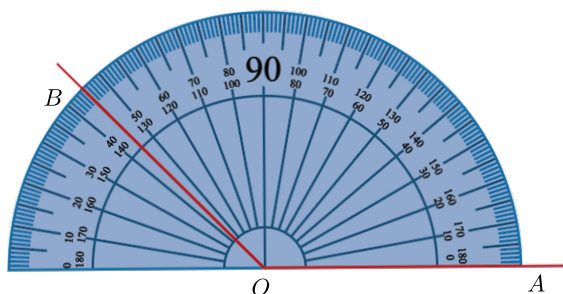
【教法备注】

(1) 叠合法：将两个角叠放在一起，使两个角的顶点和一条边分别重合，并使它们的另一边都落在重合的那条边的同旁，根据两个角的另一边的位置确定出两个角的大小．

(2) 度量法：两个角大小的比较，实际上是两个角的度数的大小比较，度量法就是先用量角器分别量出两个角的度数，再比较其度数的大小．

例题

24. 如图所示，用量角器度量 $\angle AOB$ ，可以读出 $\angle AOB$ 的度数为（ ）．



A. 45°

B. 55°

C. 135°

D. 145°

【答案】 C

【解析】 如图可得 $\angle AOB = 135^\circ$ ．

【标注】 【知识点】 角的度量

25. 填空．

(1) $30.5^\circ = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}'$ ．

(2) $24^\circ 30' 36'' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ ．

【答案】 (1) $30 ; 30$

(2) 24.51

【解析】 (1) $1^{\circ} = 60' = 3600''$.

$$30.5^{\circ} = 30^{\circ}30' .$$

(2) $1^{\circ} = 60' = 3600''$.

$$36'' = 0.01^{\circ} , 30' = 0.5^{\circ} ,$$

$$24^{\circ}30'36'' = 24.51^{\circ} .$$

【标注】【知识点】角度换算

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区天津市第五十五中学初一上学期单元测试《线段和角》第9题

26. 已知 $\angle\alpha = 25^{\circ}15'$, $\angle\beta = 25.15^{\circ}$, 则 $\angle\alpha$ _____ $\angle\beta$. (填 “>” “<” 或 “=” 号)

【答案】 >

【解析】 本题考察角度中出现单位不统一 , 比较大小时先统一单位 ,

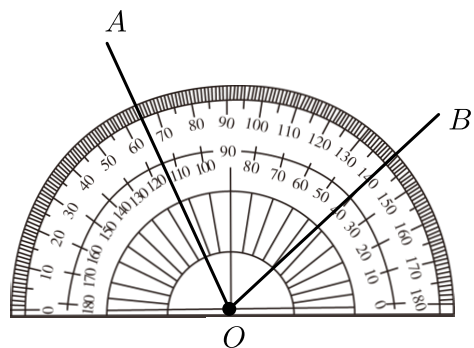
$$\angle\beta = 25.15^{\circ} = 25^{\circ} + (0.15 \times 60)' = 25^{\circ}9' .$$

$$\because \angle\alpha = 25^{\circ}15' > 25^{\circ}9' , \text{ 即 } \angle\alpha > \angle\beta .$$

【标注】【知识点】角的大小比较

练习

27. 如图 , 用量角器度量 $\angle AOB$, 可以读出 $\angle AOB$ 的度数为 () .



A. 10°

B. 65°

C. 75°

D. 90°

【答案】 C

【解析】 OA 指向 115° 位置，

OB 指向 40° 位置，

$$\angle AOB = 115^\circ - 40^\circ = 75^\circ .$$

故选C .

【标注】【题型】题型：角的度量与比较大小

28. 计算 .

(1) $48^\circ 37' + 72^\circ 36' .$

(2) $90^\circ - 23^\circ 17' 57' .$

(3) $38^\circ 25' \times 4 .$

(4) $132^\circ 26' 42' - 41.325^\circ \times 3 .$

【答案】 (1) $121^\circ 13' .$

(2) $66^\circ 42' 3' .$

(3) $153^\circ 40' .$

(4) $8.47^\circ .$

【解析】 (1) 原式 = $120^\circ 73'$

$$= 121^{\circ}13'.$$

$$(2) \text{ 原式} = 66^{\circ}42'3'.$$

$$(3) \text{ 原式} = 153^{\circ}40'.$$

$$(4) \text{ 原式} = 132^{\circ}26'42'' - 123.975 \\ = 8.47^{\circ}.$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-需要分类讨论

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区天津市第五十五中学初一上学期单元测试《线段和角》第21题

29. 若 $\angle A = 20^{\circ}18'$, $\angle B = 20.25^{\circ}$, 则下列说法正确的是().

- A. $\angle A > \angle B$ B. $\angle A < \angle B$ C. $\angle A = \angle B$ D. 不能比较

【答案】A

【解析】 $20^{\circ}18' = 20.3^{\circ} > 20.25^{\circ}$, 故 $\angle A > \angle B$, 选A.

【标注】【知识点】角的大小比较

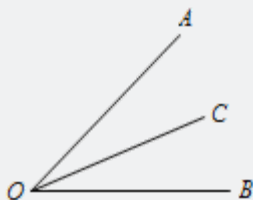
4. 角平分线

角平分线

从一个角的_____出发, 把一个角分成两个_____的角, 这条射线叫做这个角的角平分线。

【教法备注】

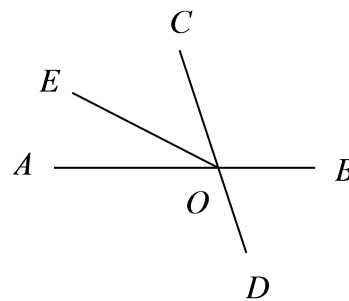
一般地, 从一个角的顶点出发, 把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线.



如图: 射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 则 $\angle BOC = \angle AOC = \frac{1}{2}\angle AOB$,
 $\angle AOB = 2\angle BOC = 2\angle AOC$; 反之也成立.

|| 例题

30. 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle AOC$ ，且 $\angle BOE = 140^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 为（ ）.



A. 140°

B. 100°

C. 80°

D. 40°

【答案】 B

【解析】
$$\begin{cases} \angle AOE = \angle COE \\ \angle COE + \angle BOC = 140^\circ \\ \angle COE + \angle BOC + \angle AOE = 180^\circ \end{cases}, \text{解得} \angle BOC = 100^\circ.$$

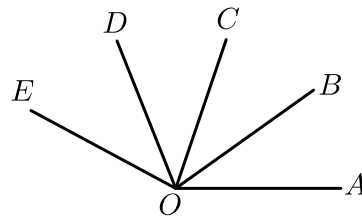
【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

【教法备注】

2017~2018学年3月天津河西区天津市新华中学初一下学期月考第6题

练习

31. 如图， OB 是 $\angle AOC$ 的平分线， OD 是 $\angle COE$ 的平分线， $\angle AOE = 150^\circ$ ， $\angle AOB = 35^\circ$ ，求 $\angle AOD$ 的度数.



【答案】 110° .

【解析】 $\because OB$ 是 $\angle AOC$ 的平分线， $\angle AOB = 35^\circ$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle AOB = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle AOE = 150^\circ$$

$$\therefore \angle EOC = \angle AOE - \angle AOC = 150^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

$\therefore OD$ 是 $\angle COE$ 的平分线

$$\therefore \angle DOC = \frac{1}{2}\angle COE = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = \angle DOC + \angle AOC = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ.$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

5. 余角和补角

余角和补角

互为余角：两个角的和是_____，那么这两个角互为余角，且一个角叫做另外一个角的_____.

互为补角：两个角的和是_____，那么这两个角互为补角，且一个角叫做另外一个角的_____.

【教法备注】

互为余角：如果两个角的和是一个直角，那么这两个角互为余角，其中一个角叫做另一个角的余角.

互为补角：如果两个角的和是一个平角，那么这两个角互为补角，其中一个角叫做另一个角的补角.

互余、互补的性质：1.同角或等角的余角相等；2.同角或等角的补角相等.

【注意】：

①钝角没有余角.

②互为余角、补角是两个角之间的关系.

若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ，不能说 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 互为余角；同理，若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，不能说 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 互为补角.

③互为余角、补角只与角的度数有关，与角的位置无关. 只要它们的度数和等于 90° 就一定互余，度数和等于 180° 就一定互补.

如图1， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 都是互余的. 如图2， $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 都是互补的.

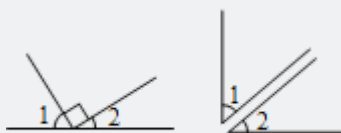


图1

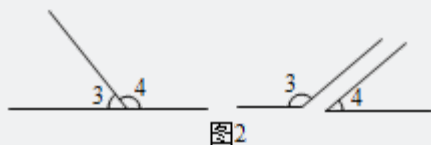


图2

例题

32. 如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互为补角，那么下列结论：

- ① $\angle 3 - \angle 2 = 90^\circ$ ② $\angle 3 + \angle 2 = 270^\circ - 2\angle 1$ ③ $\angle 3 - \angle 1 = 2\angle 2$ ④ $\angle 3 > \angle 1 + \angle 2$.

正确的个数有（ ）.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 D

【解析】 $\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互为补角，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$\therefore$ ① $\angle 3 - \angle 2 = 90^\circ$ 是正确的；

② $\angle 3 + \angle 2 = 270^\circ - 2\angle 1$ 是正确的；

③ $\angle 3 - \angle 1 = 2\angle 2$ 是正确的；

④ $\angle 3 = \angle 1 + 2\angle 2$ ，即 $\angle 3 > \angle 1 + \angle 2$ 是正确的.

【标注】【知识点】余角和补角

【教法备注】

2016~2017学年天津武清区初一上学期期末第12题

练习

33. 若一个角的补角是其余角的3倍，则这个角的度数是 _____ .

【答案】 45°

【解析】 设这个角的度数是 x ，

$$\text{则 } 180^\circ - x = 3(90^\circ - x),$$

$$\text{解得 } x = 45^\circ.$$

答：这个角的度数是 45° .

故答案为： 45° .

【标注】【知识点】角的度数计算

6. 方位角

方位角

在描述物体运动方向，方位角以_____，_____为基准
即_____，_____

东北方向：_____
西北方向：_____
东南方向：_____
西南方向：_____

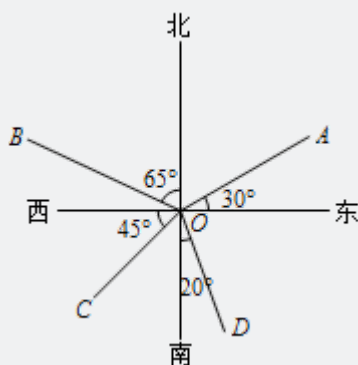
【教法备注】

方位角以正北、正南方向为基准，描述物体运动的方向．即“北偏东 $\times\times$ 度”、“北偏西 $\times\times$ 度”、“南偏东 $\times\times$ 度”、“南偏西 $\times\times$ 度”．

方位角 α 的取值范围 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ．

“北偏东 45° ”为东北方向、“北偏西 45° ”为西北方向、“南偏东 45° ”为东南方向、“南偏西 45° ”为西南方向．

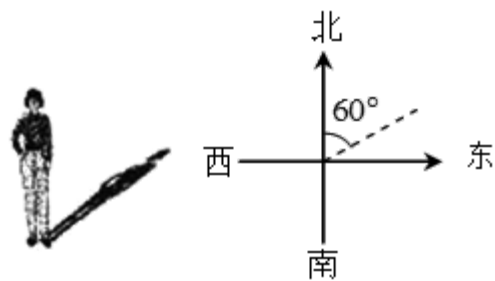
如图， OA 的方位角是北偏东 60° ， OB 的方位角是北偏西 65° ， OC 的方位角是南偏西 45° （或者西南方向）， OD 的方位角是南偏东 20° ．



注意：在描述方位角时，一般应先说北或南，再说偏西或偏东多少度，而不成东偏北（南）多少或西偏北（南）多少度．

例题

34. 如图，如果在阳光下你的身影的方向北偏东 60° 方向，那么太阳相对于你的方向是（ ）．



- A. 南偏西 60° B. 南偏西 30° C. 北偏东 60° D. 北偏东 30°

【答案】 A

【解析】 由于人相对于太阳与太阳相对于人的方位正好相反，
 $\therefore$ 在阳光下你的身影的方向北偏东 60° 方向，
 $\therefore$ 太阳相对于你的方向是南偏西 60° 。
 故选A。

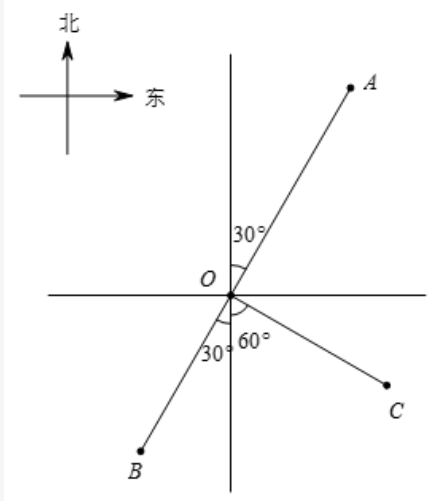
【标注】【知识点】方位角

练习

35. 甲、乙、丙三人同时从同一地点 O 出发，甲沿北偏东 30° 方向走了4千米到达 A 地，乙沿南偏西 30° 方向走了3千米到达 B 地，丙沿南偏东 60° 方向走了3千米到达 C 地。取1cm表示1千米，在纸上描出 A 、 B 、 C 三地的点。

【答案】 作图见解析。

【解析】 如图所示：



【标注】【知识点】方位角

💡 我学会了什么